

2010年理系第4問

4 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  で表わす.

- (1) すべての自然数  $n$  に対して,  $S_n = 2a_n - 1$  を満たす数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を求めよ.
- (2) すべての自然数  $n$  に対して,  $S_n = a_n + n^2 - 1$  を満たす数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を求めよ.
- (3)  $a_1 = 1, a_2 = 1$  とし, すべての自然数  $n$  に対して,  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  を満たす数列を  $\{a_n\}$  とする. このとき, すべての自然数  $n$  に対して,  $S_n = a_{n+2} - 1$  および  $S_n < 3a_n$  が成り立つことを示せ.