# 高崎経済大学

2014年 経済・地域政策 第4問

数理 石井K

**4** 数列 1, 1, 2, 1, 2, 4, 1, 2, 4, 8, 1, 2, 4, 8, 16, 1, 2, $\cdots$ の第 $n$ 項を $a_n$ とする．以下の各問に答えよ．

第1群 第2群 第3群

(1) $a_{50}$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{50} a_k$ を求めよ．

(3) $a_m - a_{m+1} > 99999$ を満たす最小の自然数 $m$ の値を求めよ．ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする．

(1) 上のように群に分けると，第 $k$ 群には $k$ コの項がある．

$\therefore\ 1+2+\cdots+k \leqq 50 \iff \frac{1}{2}k(k+1) \leqq 50 \iff k\cdot(k+1) \leqq 100$

$\therefore$ これをみたす最大の整数 $k$ は $k=9$ となる．

第9群までに $\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 10 = 45$ 項あるから

$a_{46}=1,\ a_{47}=2,\ a_{48}=4,\ a_{49}=8,\ \underline{a_{50}=16}$ //

(2) 第 $k$ 群の項の総和は $1+2+\cdots+2^{k-1} = \dfrac{1-2^k}{1-2} = 2^k - 1$

$$\therefore \sum_{k=1}^{50} a_k = \left(\sum_{i=1}^{9} 2^i - 1\right) + a_{46}+a_{47}+a_{48}+a_{49}+a_{50}$$

$$= \frac{2(1-2^9)}{1-2} - 9 + 31$$

$$= 2^{10} + 20$$

$$= \underline{1044}$$ //

(3) $a_m \geqq a_{m+1}$ となるのは群の最後の項が $a_m$ で次の群の最初の項が $a_{m+1}$ のときなので，$a_m$ を第 $k$ 群の最後の項，$a_{m+1}$ を第 $k+1$ 群の最初の項とすると．

$a_m - a_{m+1} = 2^{k-1} - 1 > 99999 \qquad \therefore\ 2^{k-1} > 10^5$

対数をとると．$(k-1)\log_{10} 2 > 5 \qquad \therefore\ k > \dfrac{5}{\log_{10} 2} + 1 = 17.6$

$\therefore\ k = 18$ となり $\quad m = \displaystyle\sum_{i=1}^{18} i = \frac{1}{2}\cdot 18\cdot 19 = \underline{171}$ //