

2013年文系第4問

数理
石井K

4 $f(x) = \sin 2x + 2\sin x - 2\cos x + 2$ ($0 \leq x \leq \pi$) とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $t = \sin x - \cos x$ とするとき、 $f(x)$ を t の式で表せ。
 (2) t のとりうる値の範囲を求めよ。
 (3) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

$$(1) t = \sin x - \cos x \quad \text{より} \quad t^2 = 1 - 2\sin x \cos x \quad \therefore \sin 2x = 1 - t^2$$

$$\therefore f(x) = 1 - t^2 + 2t + 2 \quad \therefore \underline{f(x) = -t^2 + 2t + 3} //$$

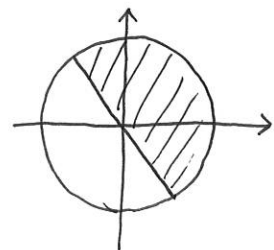
$$(2) t = \sqrt{2} \left(\sin x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \cos x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$0 \leq x \leq \pi \quad \text{より} \quad -\frac{\pi}{4} \leq x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{3}{4}\pi$$

$$\therefore -1 \leq \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \leq \sqrt{2}$$

$$\therefore \underline{-1 \leq t \leq \sqrt{2}} //$$

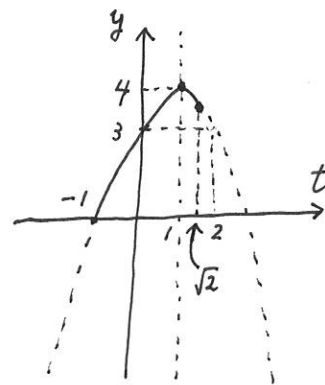


$$(3) (1) \text{より} \quad f(x) = -(t-1)^2 + 4$$

∴ 右の図より

$$f(x) \text{ の最大値は } 4 \quad (x = \frac{\pi}{2}, \pi) //$$

$$\underline{\text{最小値は } 0 \quad (x = 0) //$$



$$t = 1 \iff \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2}, \pi$$

$$t = -1 \iff \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$$

$$\therefore x = 0$$