

2016年第1問

1 Oを原点とする座標空間に4点  $A(1, -2, -2)$ ,  $B(-1, -4, 0)$ ,  $C(2, 2, -4)$ ,  $D(2, 4, -4)$ をとる. また, 線分  $AB$ を  $t:(1+t)$ に外分する点を  $P$ , 線分  $OB$ を  $3:2$ に外分する点を  $Q$ とおく. ただし,  $t$ は正の実数とする. 次の問いに答えよ.

- (1) ベクトル  $\overrightarrow{OP}$ の成分を  $t$ を用いて表せ.
- (2)  $\overrightarrow{AB}$ と  $\overrightarrow{CP}$ が垂直であるとき,  $t$ の値を求めよ.
- (3) 実数  $r, s$ について  $\overrightarrow{DP} = r\overrightarrow{DC} + s\overrightarrow{DQ}$ が成り立つとする. このとき,  $r, s, t$ の値を求めよ.
- (4)  $t$ が(3)で求めた値のとき, 直線  $DP$ と直線  $CQ$ の交点の座標を求めよ.
- (5)  $\triangle CDP$ の面積を  $S(t)$ とする.  $S(t)$ の最小値を求めよ. また, そのときの  $t$ の値を求めよ.