

2011年理工A方式第5問

5 曲線  $y = e^{x^2} - 1$  ( $x \geq 0$ ) を  $y$  軸のまわりに回転させてできる容器がある。この容器に、時刻  $t$  における水の体積が  $vt$  となるように、単位時間あたり  $v$  の割合で水を注入する。ただし、 $v$  は正の定数であり、 $y$  軸の負の方向を鉛直下方とする。

(1) 不定積分  $\int \log(y+1) dy$  を求めよ。

(2) 水面の高さが  $h$  となったときの容器内の水の体積  $V$  を、 $h$  を用いて表せ。ただし、 $h$  は容器の底から測った高さである。

(3) 水面の高さが  $e^{10} - 1$  となった瞬間における、水面の高さの変化率  $\frac{dh}{dt}$  を求めよ。