0001808721918999

福岡大学

2014年 理系 第8問

数理 石井K

$\boxed{8}$ 曲線$C : y = xe^{2x}$について，次の問いに答えよ．ただし，eは自然対数の底とする．

(1) 曲線Cの変曲点Pの座標を求めよ．

(2) 点Pにおける接線とy軸および曲線Cによって囲まれる部分の面積を求めよ．

(1) $y' = e^{2x} + x \cdot 2e^{2x}$

$= (2x+1)e^{2x}$

$y'' = 2e^{2x} + (2x+1) \cdot 2e^{2x}$

$= 4(x+1)e^{2x}$

x	$(-\infty)$	$\cdots$	-1	$\cdots$	$-\frac{1}{2}$	$\cdots$	(∞)
y'		$-$	$-$	$-$	0	$+$	
y''		$-$	0	$+$	$+$	$+$	
y	(0)	↘	$-\frac{1}{e^2}$	↘	$-\frac{1}{2e}$	↗	(∞)

∴ 右の増減表より 変曲点Pは $\underline{P\left(-1, -\frac{1}{e^2}\right)}$ //

(2) 接線は $y = -\frac{1}{e^2}(x+1) - \frac{1}{e^2}$ ∴ $y = -\frac{1}{e^2}x - \frac{2}{e^2}$

$S = \int_{-1}^{0} xe^{2x} - \left(-\frac{1}{e^2}x - \frac{2}{e^2}\right) dx$

$= \int_{-1}^{0} x\left(\frac{e^{2x}}{2}\right)' dx + \int_{-1}^{0} \frac{1}{e^2}x + \frac{2}{e^2} dx$

$= \left[x \cdot \frac{e^{2x}}{2}\right]_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} \frac{e^{2x}}{2} dx + \left[\frac{x^2}{2e^2} + \frac{2x}{e^2}\right]_{-1}^{0}$

$= \frac{1}{2e^2} - \left[\frac{e^{2x}}{4}\right]_{-1}^{0} - \frac{1}{2e^2} + \frac{2}{e^2}$

$= -\frac{1}{4} + \frac{1}{4e^2} + \frac{2}{e^2}$

$= \underline{\frac{9}{4e^2} - \frac{1}{4}}$ //