

2015年 教育学部（中等数学）第3問

3 四面体  $OABC$  において、辺  $OA$  は平面  $OBC$  に直交し、

$$OA = \sqrt{6}, \quad OB = OC = BC = 1$$

であるとする。四面体  $OABC$  の内部の点  $P$  から、平面  $OAB$  に下ろした垂線を  $PD$ 、平面  $OBC$  に下ろした垂線を  $PE$ 、平面  $OAC$  に下ろした垂線を  $PF$ 、平面  $ABC$  に下ろした垂線を  $PG$  とする。ここで、 $D, E, F, G$  はそれぞれ平面  $OAB, OBC, OAC, ABC$  上の点である。3つの線分  $PD, PE, PF$  の長さは等しく、その長さを  $R$  とする。辺  $BC$  の中点を  $H$  とすると、点  $E$  は線分  $OH$  上にあり、点  $G$  は線分  $AH$  上にある。 $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$  とおいて、次の問に答えよ。

- (1)  $\vec{HA}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  を用いて表せ。また線分  $HA$  の長さを求めよ。
- (2)  $\vec{OP}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  および  $R$  を用いて表せ。
- (3) 線分  $PG$  の長さが  $R$  であるとき、 $R$  の値を求めよ。