



2013年理系第3問

3 Oを原点とする座標平面において、曲線 $C: y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ )と直線 $l: y = -2x + a$ を考える。ただし、 $a$ は定数とする。

(1)  $C$ と $l$ が2個の共有点をもつとき、 $a$ のとりうる値の範囲は、 $a > \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) (1)の条件のもとで、 $C$ と $l$ の共有点を $x$ 座標の小さい順に $P, Q$ とする。

(i)  $P$ の $x$ 座標を $\alpha$ 、 $Q$ の $x$ 座標を $\beta$ とすると

$$\alpha + \beta = \frac{a}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \beta - \alpha = \frac{\sqrt{a^2 - \boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}, \quad \alpha\beta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(ii)  $\triangle OPQ$ の面積は

$$\frac{a\sqrt{a^2 - \boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(iii) 線分 $PQ$ の長さが5であるとき、 $a = \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ であり、このとき $C$ と $l$ で囲まれた部分の面積は

$$\sqrt{\boxed{\text{シス}}} + \log(\boxed{\text{セ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソタ}}})$$

である。