



2015年 第6問

6 α を実数でない複素数とし、 β を正の実数とする。以下の問いに答えよ。ただし、複素数 w に対してその共役複素数を \bar{w} で表す。

- (1) 複素数平面上で、関係式 $\alpha\bar{z} + \bar{\alpha}z = |z|^2$ を満たす複素数 z の描く図形を C とする。このとき、 C は原点を通る円であることを示せ。
- (2) 複素数平面上で、 $(z - \alpha)(\beta - \bar{\alpha})$ が純虚数となる複素数 z の描く図形を L とする。 L は (1) で定めた C と 2 つの共有点をもつことを示せ。また、その 2 点を P 、 Q とするとき、線分 PQ の長さを α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ。
- (3) β の表す複素数平面上の点を R とする。(2) で定めた点 P 、 Q と点 R を頂点とする三角形が正三角形であるとき、 β を α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ。