



2012 年 第 1 問

1  $a$  を正の定数とし,  $xy$  平面上の曲線  $C$  の方程式を  $y = x^3 - a^2x$  とする.

- (1)  $C$  上の点  $A(t, t^3 - a^2t)$  における  $C$  の接線を  $\ell$  とする.  $\ell$  と  $C$  で囲まれた図形の面積  $S(t)$  を求めよ. ただし,  $t$  は 0 でないとする.
- (2)  $b$  を実数とする.  $C$  の接線のうち  $xy$  平面上の点  $B(2a, b)$  を通るものの本数を求めよ.
- (3)  $C$  の接線のうち点  $B(2a, b)$  を通るものが 2 本のみの場合を考え, それらの接線を  $\ell_1, \ell_2$  とする. ただし,  $\ell_1$  と  $\ell_2$  はどちらも原点  $(0, 0)$  を通らないとする.  $\ell_1$  と  $C$  で囲まれた図形の面積を  $S_1$  とし,  $\ell_2$  と  $C$  で囲まれた図形の面積を  $S_2$  とする.  $S_1 \geq S_2$  として,  $\frac{S_1}{S_2}$  の値を求めよ.