

2013年商学部第3問

3 次の の中を適当に補いなさい。

- (1) 2つのベクトル $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (x, 1)$ について, $2\vec{a} - 3\vec{b}$ と $\vec{a} + 2\vec{b}$ が垂直になるように, 実数 x を定めると $x = \text{}$. $\frac{-1 \pm \sqrt{145}}{12}$
- (2) 青玉 10 個, 黄玉 10 個, 黒玉 10 個, 緑玉 10 個, 赤玉 10 個の合計 50 個が入った壺がある. 最初に 1 個とり出して, 見ずに箱にしまっておく. その後, 壺から 1 個ずつ玉を戻さずに 3 回とり出したら, 3 個とも赤玉であった. 箱にしまっておいた玉が赤玉である確率は . $\frac{7}{47}$
- (3) 曲線 $y = -x(x-2)$ と x 軸で囲まれた面積を, 直線 $y = (-a+2)x$ が 2 等分するとき, 定数 a を定めると $a = \text{}$. $\sqrt[3]{4}$

$$(1) (2\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = 2|\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 6|\vec{b}|^2 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

ここで, $|\vec{a}|^2 = 5$, $|\vec{b}|^2 = x^2 + 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -x + 2$ より $\textcircled{1}$ に代入して,

$$10 - x + 2 - 6(x^2 + 1) = 0 \quad \therefore 6x^2 + x - 6 = 0$$

$$\text{解の公式より, } x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 6 \cdot 6}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm \sqrt{145}}{12}$$

(2) 条件つき確率. A を 3 個とも赤である事象,

B をはじめの箱にしまった玉が赤である事象とすると,

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{より, } P_A(B) = \frac{10P_4}{50P_4}$$

$$\text{ここで, } P(A) = \frac{10}{50} \times \frac{9P_3}{49P_3} + \frac{40}{50} \times \frac{10P_3}{49P_3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 + 40 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}$$

$$\therefore P_A(B) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 + 40 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{7}{47}$$

(3) $y = -x(x-2)$ と x 軸で囲まれた面積は

$$\int_0^2 -x(x-2) dx = \frac{1}{6} \cdot 2^3 = \frac{4}{3}$$

$-x(x-2) + (a-2)x = 0$ を解くと, $x = 0, a$ より

$$\int_0^a -x(x-2) + (a-2)x dx = -\int_0^a x(x-a) dx = \frac{1}{6}a^3 \quad \text{より } \frac{1}{6}a^3 = \frac{2}{3} \quad \therefore a = \sqrt[3]{4}$$

