



2015年医学部第4問

4 1から10までの番号が書かれた球が1個ずつ計10個ある。これらの球を3個ずつ3つの箱A, B, Cに入れて、残った球の番号を a とする。次のような球の入れ方は何通りか。

- (1) $a = 5$ であって、箱Aにある球の番号がいずれも3の倍数になる。
 (2) $a = 10$ であって、箱Aにある3個の球の番号の和が3の倍数になる。
 (3) いずれの箱についても3個の球の番号の和が3の倍数になる。

$$(1) A = \{3, 6, 9\}, \text{残} = \{5\}, B \cup C = \{1, 2, 4, 7, 8, 10\}$$

$$\therefore B \text{の玉の選び方が } {}_6C_3 = \underline{20 \text{通り}}$$

$$(2) (i) A = \{3, 6, 9\}, \{1, 4, 7\}, \{2, 5, 8\} \text{ のときは、(1)よりそれぞれ } 20 \text{通りある} \therefore 60 \text{通り}$$

(ii) $A \neq \{3, 6, 9\}$ のとき。

$\{1, 4, 7\}, \{2, 5, 8\}, \{3, 6, 9\}$ の中からそれぞれ1つずつ玉を取り出したものがAに入ることになるから、Aの作り方が $3^3 = 27$ 通り。

残った6玉から3つ取り出してBに入れるので、B, Cの作り方が ${}_6C_3 = 20$ 通り
 よって、合計 $27 \times 20 = 540$ 通り。

$$(i), (ii) \text{より、} 60 + 540 = \underline{600 \text{通り}}$$

$$(3) S_1 = \{1, 4, 7, 10\}, S_2 = \{2, 5, 8\}, S_3 = \{3, 6, 9\} \text{ とするとき。}$$

いずれの箱についても和が3の倍数となるのは、各箱について。

すべて同じ S_i から取る場合と、 S_1, S_2, S_3 から1個ずつ取る場合があるので。

(i) すべて同じ S_i から取る場合。

S_1 のうち、残す数字を選び方が4通り。あとはA, B, Cの入れかえなので $4 \times 3! = 24$ 通り。

(ii) 各 S_i から1個ずつ取る場合。

S_1 のうち、残す数字の選び方が4通り。Aの決め方が 3^3 通り。Bの決め方が 2^3 通り

$$\therefore 4 \times 27 \times 8 = 864 \text{通り。}$$

$$(i), (ii) \text{より } 24 + 864 = \underline{888 \text{通り}}$$