

2014年学芸(情報科学)第3問


 数理解石井K

3 $\triangle ABC$ の辺 BC , CA , AB をそれぞれ $1:2$ に内分する点を A_1 , B_1 , C_1 とする。また, $\triangle A_1B_1C_1$ の辺 B_1C_1 , C_1A_1 , A_1B_1 をそれぞれ $1:2$ に内分する点を A_2 , B_2 , C_2 とする。 $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$ とするとき, $\overrightarrow{C_2A_2}$ および $\overrightarrow{C_2B_2}$ を \vec{b} と \vec{c} を用いて表せ。

$$\overrightarrow{AA_1} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$$

$$\overrightarrow{AB_1} = \frac{2}{3}\vec{c}, \quad \overrightarrow{AC_1} = \frac{1}{3}\vec{b} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AA_2} &= \frac{1}{3}\overrightarrow{AC_1} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB_1} \\ &= \frac{1}{9}\vec{b} + \frac{4}{9}\vec{c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB_2} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AC_1} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AA_1} \\ &= \frac{2}{9}\vec{b} + \frac{2}{9}\vec{b} + \frac{1}{9}\vec{c} \\ &= \frac{4}{9}\vec{b} + \frac{1}{9}\vec{c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC_2} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB_1} \\ &= \frac{4}{9}\vec{b} + \frac{2}{9}\vec{c} + \frac{2}{9}\vec{c} \\ &= \frac{4}{9}\vec{b} + \frac{4}{9}\vec{c} \end{aligned}$$

$$\therefore \overrightarrow{C_2A_2} = \overrightarrow{AA_2} - \overrightarrow{AC_2} = -\frac{1}{3}\vec{b} //$$

$$\overrightarrow{C_2B_2} = \overrightarrow{AB_2} - \overrightarrow{AC_2} = -\frac{1}{3}\vec{c} //$$

