

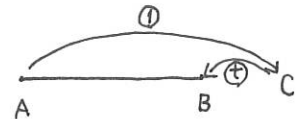
2012年文系第4問

 4 円 $O: x^2 + y^2 = 25$ の上の2点 $A(5, 0)$, $B(-3, 4)$ をとる. 次の問いに答えよ.
(1) 線分 AB を $1:t$ ($t > 0$) に外分する点を C とするとき, C の座標を t を用いて表せ.(2) 点 B における円 O の接線と点 C との距離が 12 であるとき, t の値を求めよ.(1) 点 C は線分 AB を外分することから $t \neq 1$ (i) $0 < t < 1$ のとき.

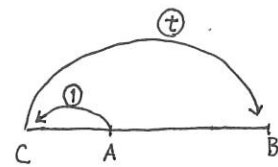
$$\left(\frac{-t \cdot 5 + 1 \cdot (-3)}{1-t}, \frac{-t \cdot 0 + 1 \cdot 4}{1-t} \right) = \left(\frac{-5t-3}{1-t}, \frac{4}{1-t} \right)$$

(ii) $t > 1$ のとき.

$$\left(\frac{t \cdot 5 - 1 \cdot (-3)}{-1+t}, \frac{t \cdot 0 - 1 \cdot 4}{1-t} \right) = \left(\frac{-5t-3}{1-t}, \frac{4}{1-t} \right)$$

(i), (ii) のどちらの場合も $C \left(\frac{-5t-3}{1-t}, \frac{4}{1-t} \right)$ 。

(i) のとき.



(ii) のとき.

(2) 点 B における円 O の接線は.

$$-3x + 4y - 25 = 0$$

∴ 点と直線のキヨリ公式より

$$12 = \frac{\left| -3 \cdot \frac{-5t-3}{1-t} + 4 \cdot \frac{4}{1-t} - 25 \right|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \Leftrightarrow 12 = \frac{\left| \frac{15t+9}{1-t} + \frac{16}{1-t} - 25 \right|}{5}$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{40t}{1-t} \right| = 60$$

$$\text{両辺を2乗して. } 1600t^2 = 3600(1-t)^2$$

$$\therefore 5t^2 - 18t + 9 = 0$$

$$(t-3)(5t-3) = 0$$

$$\therefore t = 3, \frac{3}{5}$$