

2016年工・情報・環境学部(A)第8問


 数理  
石井K

8  $a$  を定数とする. 2つの変量  $(x, y)$  が右の4つの観測値をとった. このとき, 次の問いに答えよ.

$x$	0	1	$a$	$a+1$
$y$	0	0	1	1

- (1)  $x, y$  の平均値  $\bar{x}, \bar{y}$  をそれぞれ求めよ.  
 (2)  $x, y$  の分散  $s_x^2, s_y^2$  をそれぞれ求めよ.  
 (3)  $x$  と  $y$  の共分散  $s_{xy}$  を求めよ.  
 (4)  $x$  と  $y$  の相関係数  $r$  を  $a$  を用いて表せ.

$$(1) \bar{x} = \frac{1}{4}(0+1+a+a+1) = \frac{a+1}{2} //$$

$$\bar{y} = \frac{1}{4}(0+0+1+1) = \frac{1}{2} //$$

$$(2) s_x^2 = \frac{1}{4}\{0^2+1^2+a^2+(a+1)^2\} - \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 = \frac{a^2+1}{4} //$$

$$s_y^2 = \frac{1}{4}(0^2+0^2+1^2+1^2) - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} //$$

$$(3) s_{xy} = \frac{1}{4}\{0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + a \cdot 1 + (a+1) \cdot 1\} - \frac{a+1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2a+1}{4} - \frac{a+1}{4}$$

$$= \frac{a}{4} //$$

$$(4) r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}$$

$$= \frac{a}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{a^2+1}} \cdot 2$$

$$= \frac{a}{\sqrt{a^2+1}} //$$