# 筑波大学

2011 年 第 6 問

$\boxed{6}$ $d$ を正の定数とする．2 点 A$(-d,\ 0)$，B$(d,\ 0)$ からの距離の和が $4d$ である点 P の軌跡として定まる楕円 $E$ を考える．点 A，点 B，原点 O から楕円 $E$ 上の点 P までの距離をそれぞれ AP，BP，OP と書く．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 楕円 $E$ の長軸と短軸の長さを求めよ．

(2) $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2$ および $\mathrm{AP}\cdot\mathrm{BP}$ を，OP と $d$ を用いて表せ．

(3) 点 P が楕円 $E$ 全体を動くとき，$\mathrm{AP}^3+\mathrm{BP}^3$ の最大値と最小値を $d$ を用いて表せ．