



2015年理系1第1問

 数理  
石井K

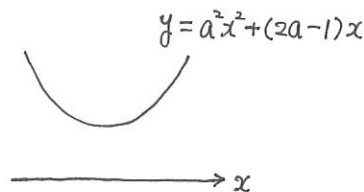
1 以下の問いに答えよ。

(1)  $a$  を実数とする. すべての実数  $x$  に対して  $(ax+1)^2 \geq x+1$  となる  $a$  を求めよ.(2)  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  のとき,  $\int_{-\sin^2\theta}^{\cos^2\theta} |x| dx = \frac{3}{8}$  を満たす  $\theta$  を求めよ.(1) すべての実数  $x$  に対し.  $a^2x^2 + (2a-1)x \geq 0 \dots (*)$  $a=0$  のときは,  $(*) \Leftrightarrow -x \geq 0$  となり不適. よって  $a \neq 0$  $\therefore a^2x^2 + (2a-1)x$  の判別式を  $D$  とおくと.

$$D = (2a-1)^2 - 4a^2 \cdot 0$$

$$= (2a-1)^2 \leq 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$



$$(2) \int_{-\sin^2\theta}^{\cos^2\theta} |x| dx = \int_{-\sin^2\theta}^0 -x dx + \int_0^{\cos^2\theta} x dx$$

$$= \left[ -\frac{x^2}{2} \right]_{-\sin^2\theta}^0 + \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{1}{2} \sin^4\theta + \frac{1}{2} \cos^4\theta$$

$$= \frac{1}{2} \{ (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 2\sin^2\theta \cos^2\theta \}$$

$$= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 2\theta$$

$$\therefore \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 2\theta = \frac{3}{8}$$

$$\therefore \sin^2 2\theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin 2\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ より } 0 < 2\theta < \pi \quad \therefore 2\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{8}, \frac{3}{8}\pi$$