

2011年第4問

4 平面内に三角形ABCがある。その平面上で、1点Oを定めておく。次の問いに答えよ。

- (1) 三角形ABCの内部に点Pがあるとする。このとき、3つの三角形PBC, PCA, PABの面積の比が $x:y:z$ であるならば、点Pの位置ベクトル \vec{OP} は次のように表されることを示せ。

$$\vec{OP} = \frac{x\vec{OA} + y\vec{OB} + z\vec{OC}}{x + y + z}$$

- (2) 三角形ABCの3辺の長さを $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$ とする。このとき三角形ABCの内心Iについて、その位置ベクトル \vec{OI} を、 \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} と a , b , c を用いて表せ。
- (3) 三角形ABCが鋭角三角形であるとき、その外心Qの位置ベクトル \vec{OQ} を、 \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} と $\alpha = \angle CAB$, $\beta = \angle ABC$ を用いて表せ。