

2010年第4問

4 初項  $a_1 = 2$  および漸化式

$$a_{n+1} = ra_n + (1-r)n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定義される数列  $\{a_n\}$  がある。ただし、 $r \neq 0$  とする。

- (1)  $b_n = a_{n+1} - a_n - 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とおくと、 $b_{n+1}$  を  $b_n$  を用いた式で表せ。さらに、数列  $\{b_n\}$  の一般項  $b_n$  を求めよ。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を求めよ。
- (3)  $c_n = a_{n+1} - 2a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とおく。数列  $\{c_n\}$  が等差数列となるような  $r$  の値を求めよ。