

2012年 商学部 第3問

3 平面上に点  $O, A_1, A_2, A_3, \dots, A_{100}$  がある. ただし, 同じ点があってもよい. また, 平面上の点  $P$  に対して,

$$f(P) = \sum_{i=1}^{100} |\overrightarrow{PA_i}|^2$$

とする. また,  $f(P)$  の最小値を  $m$  とし, 平面上の点  $C$  は  $f(C) = m$  を満たすとする. このとき, 次の設問に答えよ.

(1)  $\vec{a}_i = \overrightarrow{OA_i}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 100$ ) とするとき,  $\overrightarrow{OC}$  を  $\vec{a}_i$  を用いて表せ.

(2) 次の条件

$$(*) \quad \sum_{i=1}^{100} \left( \sum_{j=1}^{100} |\overrightarrow{A_i A_j}|^2 \right) = \sum_{j=1}^{100} |\overrightarrow{A_1 A_j}|^2 + \sum_{j=1}^{100} |\overrightarrow{A_2 A_j}|^2 + \dots + \sum_{j=1}^{100} |\overrightarrow{A_{100} A_j}|^2 = 4000$$

が成立しているときの  $m$  の値を求めよ.

(3) (2) における条件 (\*) が成立しているとき, 集合

$$\left\{ A_i \mid |\overrightarrow{CA_i}| \geq 2, 1 \leq i \leq 100, i \text{ は整数} \right\}$$

の要素の個数の最大値を求めよ.