2012年 第3問

$\boxed{3}$ nは自然数とする．次の問に答えよ．

(1) 次の不等式を示せ．

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} < 2$$

(2) $x > 0$のとき，次の不等式を示せ．

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x$$

(3) 次の極限を求めよ．

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(\sum_{k=1}^{n} k \sin\frac{1}{k}\right)$$