2014年 工・情報学部 第1問　　1枚目/2枚

数理
石井K

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ネ}}$ までの $\boxed{}$ にあてはまる0から9までの数字を記入せよ．

(1) $36+2\sqrt{155}=\left(\sqrt{\underset{3}{\boxed{\text{ア}}}\,\underset{1}{\boxed{\text{イ}}}}+\sqrt{\underset{5}{\boxed{\text{ウ}}}}\right)^2$ であり，← 二重根号の問題と本質的に同じ

$$\frac{1}{\sqrt{36+2\sqrt{155}}}+\frac{1}{\sqrt{36-2\sqrt{155}}}=\frac{\sqrt{\overset{3}{\boxed{\text{エ}}}\,\overset{1}{\boxed{\text{オ}}}}}{\underset{1}{\boxed{\text{カ}}}\,\underset{3}{\boxed{\text{キ}}}}$$

である．

(2) 放物線 $y=4x^2-4kx+5k^2+19k-4$ が x 軸の負の部分および正の部分と交わるような k の範囲は $-\underset{4}{\boxed{\text{ク}}}<k<\dfrac{\overset{1}{\boxed{\text{ケ}}}}{\underset{5}{\boxed{\text{コ}}}}$ である．この範囲で k が動くとき，放物線 $y=4x^2-4kx+5k^2+19k-4$ が切り取る x 軸上の線分の長さの最大値は $\dfrac{\overset{5}{\boxed{\text{サ}}}\sqrt{\overset{1}{\boxed{\text{シ}}}\,\overset{7}{\boxed{\text{ス}}}}}{\underset{4}{\boxed{\text{セ}}}}$ である．

(3) 3桁の整数で3の倍数は，全部で $\boxed{\text{ソ}}\,\boxed{\text{タ}}\,\boxed{\text{チ}}$ 個ある．3桁の整数で各位の数の和が k であるものの個数を $n(k)$ とする（たとえば，3桁の整数で各位の数の和が2であるものは101，110，200の3個であるから，$n(2)=3$ である）．このとき，$n(3)=\overset{6}{\boxed{\text{ツ}}}$，$n(27)=\overset{1}{\boxed{\text{テ}}}$，$n(24)=\overset{1}{\boxed{\text{ト}}}\,\overset{0}{\boxed{\text{ナ}}}$ であり，$n(6)+n(9)+n(12)+n(15)+n(18)+n(21)=\underset{2}{\boxed{\text{ニ}}}\,\underset{8}{\boxed{\text{ヌ}}}\,\underset{3}{\boxed{\text{ネ}}}$ である．

(1) $\sqrt{36+2\sqrt{155}}=\sqrt{31}+\sqrt{5}$

$\therefore\ 36+2\sqrt{155}=\underline{(\sqrt{31}+\sqrt{5})^2}$ //

(1)のつづき．

$$\frac{1}{\sqrt{36+2\sqrt{155}}}+\frac{1}{\sqrt{36-2\sqrt{155}}}=\frac{1}{\sqrt{31}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{31}-\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{31}-\sqrt{5})+(\sqrt{31}+\sqrt{5})}{(\sqrt{31}+\sqrt{5})(\sqrt{31}-\sqrt{5})}=\underline{\frac{\sqrt{31}}{13}}\ /\!/$$

(2) $f(x)=4x^2-4kx+5k^2+19k-4$ とおくと，$f(0)<0$ となればよい．

$\therefore\ f(0)=5k^2+19k-4<0$ より．　$(5k-1)(k+4)<0$　$\therefore\ \underline{-4<k<\frac{1}{5}}$ //

$f(x)=0$ の解を α,β $(\alpha<\beta)$ とおくと．解と係数の関係より．

$\alpha+\beta=k$，$\alpha\beta=\dfrac{5k^2+19k-4}{4}$ となるので

$$\begin{aligned}(\beta-\alpha)^2&=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta\\&=k^2-(5k^2+19k-4)\\&=-4k^2-19k+4\\&=-4\left(k+\frac{19}{8}\right)^2+\frac{425}{16}\end{aligned}$$

$\therefore\ \beta-\alpha$（切りとる長さ）の最大値は．

$k=-\dfrac{19}{8}$ のとき．

$\sqrt{\dfrac{425}{16}}=\underline{\dfrac{5\sqrt{17}}{4}}$ //

2014年 工・情報学部 第1問　2枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ネ}}$ までの $\boxed{}$ にあてはまる 0 から 9 までの数字を記入せよ．

(1) $36+2\sqrt{155}=\left(\sqrt{\boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}}+\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}\right)^2$ であり，

$$\frac{1}{\sqrt{36+2\sqrt{155}}}+\frac{1}{\sqrt{36-2\sqrt{155}}}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}}}$$

である．

(2) 放物線 $y=4x^2-4kx+5k^2+19k-4$ が x 軸の負の部分および正の部分と交わるような k の範囲は $-\boxed{\text{ク}}<k<\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である．この範囲で k が動くとき，放物線 $y=4x^2-4kx+5k^2+19k-4$ が切り取る x 軸上の線分の長さの最大値は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である．

(3) 3 桁の整数で 3 の倍数は，全部で $\overset{3}{\boxed{\text{ソ}}}\overset{0}{\boxed{\text{タ}}}\overset{0}{\boxed{\text{チ}}}$ 個ある．3 桁の整数で各位の数の和が k であるものの個数を $n(k)$ とする（たとえば，3 桁の整数で各位の数の和が 2 であるものは 101，110，200 の 3 個であるから，$n(2)=3$ である）．このとき，$n(3)=\overset{6}{\boxed{\text{ツ}}}$，$n(27)=\overset{1}{\boxed{\text{テ}}}$，$n(24)=\overset{1}{\boxed{\text{ト}}}\overset{0}{\boxed{\text{ナ}}}$ であり，$n(6)+n(9)+n(12)+n(15)+n(18)+n(21)=\underset{2}{\boxed{\text{ニ}}}\underset{8}{\boxed{\text{ヌ}}}\underset{3}{\boxed{\text{ネ}}}$ である．

(3) 3桁の3の倍数は. $3\times34,\ 3\times35,\ \cdots,\ 3\times333$ なので

$333-34+1=\underline{300個}$ //

各桁の和が3のもの … 111, 120, 102, 201, 210, 300

$\therefore\ \underline{n(3)=6}$ //

各桁の和が27のもの … 999　$\therefore\ \underline{n(27)=1}$ //

〃　24のもの … 699, 969, 996, 789, 879, 897, 798, 987, 978, 888　$\therefore\ \underline{n(24)=10}$ //

3桁の3の倍数は各桁の和が3の倍数になるので,

$300=n(3)+n(6)+n(9)+\cdots+n(21)+n(24)+n(27)$

これより. $n(6)+n(9)+\cdots+n(21)=300-n(3)-n(24)-n(27)$

$=300-6-10-1$

$=\underline{283}$ //