

2017年中等教育第4問

4 a, b を正の定数とし、 $f(x) = -xe^{-\frac{x}{a}}$ とする。 $y = f(x)$ のグラフを x 軸に関して対称移動し、さらに x 軸方向に $-a$ だけ平行移動して得られる曲線を $y = g(x)$ とし、 $h(x) = bg(x)$ とする。また、曲線 $y = f(x)$ の変曲点を P とし、点 P における曲線 $y = f(x)$ の接線を l とする。関数 $h(x)$ の最大値が 1 であるとき、次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

- (1) 直線 l の方程式を a を用いて表せ。
- (2) 関数 $g(x)$ を a を用いて表せ。
- (3) 定数 a, b の積 ab の値を求めよ。
- (4) 直線 l と x 軸との交点の x 座標が 4 であるとき、曲線 $y = f(x)$, $y = h(x)$ と y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。