

2017年中等教育第4問

4  $a, b$  を正の定数とし,  $f(x) = -xe^{-\frac{x}{a}}$  とする.  $y = f(x)$  のグラフを  $x$  軸に関して対称移動し, さらに  $x$  軸方向に  $-a$  だけ平行移動して得られる曲線を  $y = g(x)$  とし,  $h(x) = bg(x)$  とする. また, 曲線  $y = f(x)$  の変曲点を  $P$  とし, 点  $P$  における曲線  $y = f(x)$  の接線を  $l$  とする. 関数  $h(x)$  の最大値が  $1$  であるとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $e$  は自然対数の底とする.

- (1) 直線  $l$  の方程式を  $a$  を用いて表せ.
- (2) 関数  $g(x)$  を  $a$  を用いて表せ.
- (3) 定数  $a, b$  の積  $ab$  の値を求めよ.
- (4) 直線  $l$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標が  $4$  であるとき, 曲線  $y = f(x)$ ,  $y = h(x)$  と  $y$  軸で囲まれた部分の面積を求めよ.