



2014年第5問

5  $n$ を正の整数とし、 $x \geq 0$ とする。以下の問に答えよ。

- (1)  $r_n(x) = e^x - \left(1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n\right)$ とする。 $r_n(x) \geq 0$ を  $n$ に関する数学的帰納法を使って示せ。
- (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x} = 0$ を示せ。
- (3)  $t \geq 0$ とし、 $f(t) = \int_0^t x^n e^{-x} dx$ とする。 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ を求めよ。