

2013年工学部第5問

 数理
石井K

5 s, t を実数とする. 行列 $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ s & t \end{pmatrix}$ は逆行列 A^{-1} をもち, $A^{-1} = A$ であるとする.

(1) s, t の値を求めよ.(2) 行列 A は直線 $y = mx$ (m は実数) に関する対称移動を表している. m の値を求めよ.(1) $A^{-1} = A$ の両辺に左から A をかけて, $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$A^2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ s & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ s & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}s & \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ -\frac{1}{2}s + st & -\frac{\sqrt{3}}{2}s + t^2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}s = 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}t = 0 \\ -\frac{1}{2}s + st = 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}s + t^2 = 1 \end{cases} \rightarrow \text{これを解くと,}$$

$$\underline{s = -\frac{\sqrt{3}}{2}, t = \frac{1}{2}} //$$

(2) A は $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ を $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ に移すから.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}m \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}m = 1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}m = m \end{cases}$$

$$\therefore \underline{m = -\sqrt{3}} //$$