

2014年工学部第1問

1 以下の問いに答えよ。

(1) $r \neq 1$ のとき $S_n = r + 2r^2 + 3r^3 + \cdots + nr^n$ を求めよ。(2) $x > 0$ に対して

$$f_n(x) = e^{-x} + 2e^{-2x} + 3e^{-3x} + \cdots + ne^{-nx}$$

とおく。極限 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ を求めよ。ただし $\lim_{t \rightarrow \infty} te^{-t} = 0$ であることを用いてもよい。(3) (2) で得られた関数 $f(x)$ について、不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。(4) (2) で得られた関数 $f(x)$ について、定積分 $\int_{\log 2}^{\log 3} xf(x) dx$ を求めよ。