

2014年基礎工第2問

数理
石井K

2 平面上に同一直線上にない3点A, B, Cが与えられているとし, $\triangle ABC$ の内部の点Pが

$$4\vec{AP} + 7\vec{BP} + 2\vec{CP} = \vec{0}$$

を満たしているとする. 線分APを延長した直線と線分BCとの交点をQ, 線分BPを延長した直線と線分ACとの交点をRとおく.

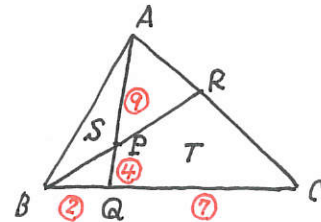
(1) $\vec{AP} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}} \mid \boxed{\text{ウ}}} \vec{AB} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}} \mid \boxed{\text{カ}}} \vec{AC}$ である.

(2) 点Pは線分AQを $\boxed{\text{キ}} : \boxed{\text{ク}}$ に内分する点であり, 点Qは線分BCを $\boxed{\text{ケ}} : \boxed{\text{コ}}$ に内分する点である.

(3) $\triangle APB$ の面積をS, 四角形CQPRの面積をTとおくと,

$$S : T = \boxed{\text{サ}} : \boxed{\text{シ}} \mid \boxed{\text{ス}}$$

である.



$$(1) 4\vec{AP} + 7(\vec{AP} - \vec{AB}) + 2(\vec{AP} - \vec{AC}) = \vec{0}$$

$$\therefore \vec{AP} = \frac{7}{13} \vec{AB} + \frac{2}{13} \vec{AC} //$$

$$(2) \vec{AP} = \frac{9}{13} \left(\frac{7}{9} \vec{AB} + \frac{2}{9} \vec{AC} \right) \quad \therefore \vec{AP} = \frac{9}{13} \vec{AQ} \text{ とわかる}$$

点Pは線分AQを 9:4 に内分する. また, 点Qは線分BCを 2:7 に内分する.

$$(3) \begin{aligned} S &= \triangle ABC \times \frac{2}{9} \times \frac{9}{13} = \triangle ABC \times \frac{2}{13} \\ T &= \triangle ABC \times \frac{7}{9} - \triangle ABC \times \frac{1}{3} \times \frac{9}{13} \times \frac{7}{9} \\ &= \triangle ABC \times \frac{70}{117} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{メネラウスの定理より,} \\ \frac{AR}{RC} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{4}{9} = 1 \quad \therefore AR:RC = 1:2 \end{array} \right.$$

$$\therefore S : T = \frac{2}{13} : \frac{70}{117}$$

$$= 18 : 70$$

$$= \underline{\underline{9 : 35}} //$$