

2014年基礎工第5問

5 座標平面上の曲線  $y = x^2$  上に2点  $A(-1, 1)$ ,  $B(3, 9)$  をとり,  $t$  を実数として, 点  $P(t, t^2)$  をとる.  $f(t) = \vec{PA} \cdot \vec{PB}$  とおく. ただし,  $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$  は2つのベクトル  $\vec{PA}$  と  $\vec{PB}$  の内積を表している. さらに,  $t \neq -1, 3$  のとき, 2つのベクトル  $\vec{PA}$  と  $\vec{PB}$  のなす角を  $\theta$  とおく. ただし,  $0 \leq \theta \leq 180^\circ$  とする.

- (1)  $t = 0$  のときの  $\cos \theta$  の値を求めよ.
- (2)  $f(t)$  は  $t$  の4次式となる. それを降べきの順に整理して書け.
- (3)  $f(t)$  は

$$f(t) = (t + m)(t + n)(t^2 + at + b) \quad (\text{ただし, } m, n, a, b \text{ は整数})$$

の形に書ける.  $f(t)$  をこの形に書き表せ.

- (4)  $-1 < t < 3$  の範囲内で,  $\theta = 90^\circ$  となるときの  $t$  の値を求めよ.
- (5) 左側からの極限  $\lim_{t \rightarrow 3-0} \cos \theta$  の値を求めよ.