宇都宮大学

2016年 教育学部 第1問

$\boxed{1}$ p, qを正の整数とする．数字0の書かれたp枚のカードと，数字1の書かれたq枚のカードを横一列に並べて得られる0と1からなる$(p+q)$個の数字の列を考える．このような列Xに対して，$1 \leqq i < j \leqq p+q$かつ，左からi番目のカードの数字が1であり，左からj番目のカードの数字が0であるような正の整数の対$(i,\ j)$の個数を$f(X)$とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $p=3$, $q=1$, $X=(1,\ 0,\ 0,\ 0)$のとき，$f(X)$を求めよ．

(2) $p=2$, $q=2$のとき，得られる列Xをすべて求め，そのときの$f(X)$の値を求めよ．

(3) $f(X)$の最大値をp, qを用いて表せ．

(1) $(i,j)=(1,2),(1,3),(1,4)$より，$\underline{f(X)=3}$ //

(2) $\underline{X=(1,1,0,0),(1,0,1,0),(1,0,0,1),(0,1,1,0),(0,1,0,1),(0,0,1,1)}$ //

$$\left\{\begin{array}{l} X=(1,1,0,0)\text{のとき } f(X)=4 \\ X=(1,0,1,0)\text{のとき } f(X)=3 \\ X=(1,0,0,1)\text{のとき } f(X)=2 \\ X=(0,1,1,0)\text{のとき } f(X)=2 \\ X=(0,1,0,1)\text{のとき } f(X)=1 \\ X=(0,0,1,1)\text{のとき } f(X)=0 \end{array}\right.$$ //

(3) iの選び方は多くてもq通り，jの選び方は多くてもp通り

よって，(i,j)の個数はpq個以下 すなわち，$f(X) \leqq pq$となる．

等号が成り立つのは，$X=(\underbrace{1,1,\cdots,1}_{q\text{コ}},\underbrace{0,0,\cdots,0}_{p\text{コ}})$のときである．

よって，$f(X)$の最大値は，$\underline{pq}$ //