



2015年人文A第1問

 数理  
石井K

1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の関数の最大値および最小値を求めなさい。

$$f(x) = |x| + |x-1| + |x-2| \quad (-1 \leq x \leq 3)$$

(2)  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 10$  のとき,  $\log_{10} x + \log_{10} y$  の最大値を求めなさい。(3)  $f(\theta) = 5 \sin \theta - 12 \cos \theta$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) の最大値および最小値を求めなさい。(1) (i)  $-1 \leq x < 0$  のとき

$$\begin{aligned} f(x) &= -x - (x-1) - (x-2) \\ &= -3x + 3 \end{aligned}$$

(ii)  $0 \leq x < 1$  のとき

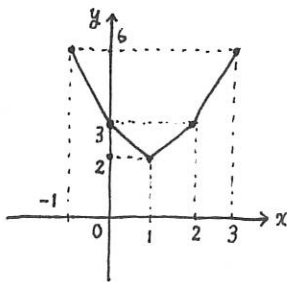
$$\begin{aligned} f(x) &= x - (x-1) - (x-2) \\ &= -x + 3 \end{aligned}$$

(iii)  $1 \leq x < 2$  のとき

$$\begin{aligned} f(x) &= x + x - 1 - (x-2) \\ &= x + 1 \end{aligned}$$

(iv)  $x \geq 2$  のとき

$$\begin{aligned} f(x) &= x + x - 1 + x - 2 \\ &= 3x - 3 \end{aligned}$$



(i)~(iv)より, 上のようになる。

 $\therefore$  最大値は 6 ( $x = -1, 3$  のとき)
 $\therefore$  最小値は 2 ( $x = 1$  のとき)
(2) 真数条件より,  $x > 0, y > 0$  $\therefore \sqrt{x} > 0, \sqrt{y} > 0$  なので, 相加・相乗平均の関係より

$$10 = \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}} = 2\sqrt[4]{xy}$$

$$\therefore 5 \geq \sqrt[4]{xy} \quad \therefore xy \leq 5^4 \quad (\text{等号成立は } x = y = 25 \text{ のとき})$$

$$\log_{10} x + \log_{10} y = \log_{10} xy$$

$$\leq \log_{10} 5^4$$

$$= \log_{10} \left(\frac{10}{2}\right)^4$$

$$= 4 - 4 \log_{10} 2$$

 $\therefore$  最大値は  $4 - 4 \log_{10} 2$  ( $x = y = 25$  のとき)

$$(3) f(\theta) = 13 \left( \sin \theta \cdot \frac{5}{13} - \cos \theta \cdot \frac{12}{13} \right)$$

$$= 13 \sin(\theta + \alpha) \quad \left( \begin{array}{l} \text{ただし, } \cos \alpha = \frac{5}{13}, \\ \sin \alpha = -\frac{12}{13} \text{ を満たす} \end{array} \right)$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ より, } \alpha \leq \theta + \alpha \leq 2\pi + \alpha$$

 $\therefore$  最大値は 13, 最小値は -13