0002227542777999

福島大学

2016年 理工 第2問

$\boxed{2}$ 次の問いに答えなさい．

(1) 連立不等式 $\begin{cases} y \leqq -x^2+4 \\ y \geqq -\dfrac{1}{2}x+1 \end{cases}$ の表す領域を図示しなさい．

(2) 点 $(x,\ y)$ が (1) の領域を動くとき，$x+y$ のとりうる値の最大値と最小値を求めなさい．

(1) $y=-x^2+4$ と $y=-\frac{1}{2}x+1$ の交点を求める.

$-\frac{1}{2}x+1-(-x^2+4)=0$

$x^2-\frac{1}{2}x-3=0$

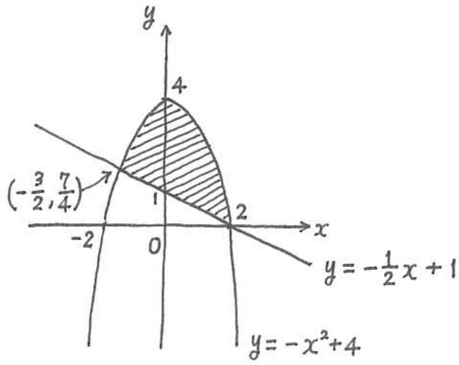
$\therefore\ 2x^2-x-6=0$

$\begin{matrix} 2 & & +3 \\ 1 & \times & -2 \end{matrix}$

$(2x+3)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-\frac{3}{2},\ 2$

交点は $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{7}{4}\right),\ (2,0)$



$\therefore$ 求める領域は右図の斜線部分（ただし境界線も含む）

(2) $x+y=k$ とおくと，$y=-x+k$

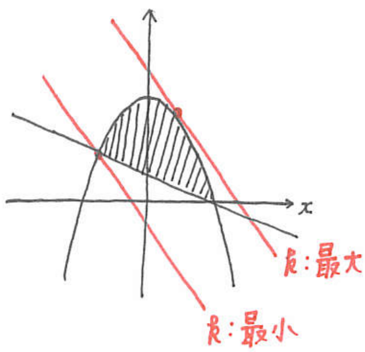
この直線と (1) の領域が共有点をもつ場合を考える

右図より，k：最大 となるのは，$y=-x^2+4$ と $y=-x+k$ が接するとき，すなわち $-x+k-(-x^2+4)=0$ が重解をもつとき

$x^2-x+k-4=0$ の判別式を D とすると，

$D=(-1)^2-4(k-4)=0 \quad \therefore\ k=\frac{17}{4}$

このとき，$x=\frac{1}{2},\ y=\frac{15}{4}$



k：最小 となるのは，$y=-x+k$ が点 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{7}{4}\right)$ を通るときで，$k=\frac{1}{4}$

以上より，

最大値 $\frac{17}{4}$ $\left(x=\frac{1}{2},\ y=\frac{15}{4}\text{のとき}\right)$，最小値 $\frac{1}{4}$ $\left(x=-\frac{3}{2},\ y=\frac{7}{4}\text{のとき}\right)$ //