

2016年人文B第3問

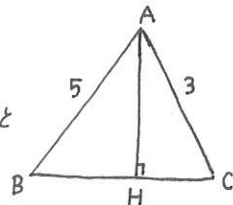
3 次の問いに答えなさい。

(1) 次の極限を求めなさい。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+1)(n+3)} - \sqrt{n(n+2)})$$

(2) 複素数平面上の2点  $\alpha = 4 - 2i$ ,  $\beta = 3 - 3i$  に対して, 次の問いに答えなさい。(i) 点  $\alpha$  を点  $\beta$  の周りに  $30^\circ$  回転した点を表す複素数  $\gamma$  を求めなさい。(ii)  $\beta^6$  の値を求めなさい。(3) 三角形 ABC があり  $AB = 5$ ,  $AC = 3$ ,  $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$  とする. 点 A から辺 BC へ下ろした垂線と辺 BC の交点を H とする。(i) ベクトル  $\vec{AH}$  を  $\vec{AB}$  と  $\vec{AC}$  を用いて表しなさい。

(ii) 線分 AH の長さを求めなさい。

(3)  $BH : HC = s : (1-s)$  とおく

$$(i) \vec{AH} = (1-s)\vec{AB} + s\vec{AC}$$

$$\vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \text{ とおけるので}$$

$$\vec{AH} \cdot \vec{BC} = \{(1-s)\vec{AB} + s\vec{AC}\} \cdot (\vec{AC} - \vec{AB})$$

$$= (1-s)\vec{AB} \cdot \vec{AC} - (1-s)|\vec{AB}|^2 + s|\vec{AC}|^2 - s\vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

$$|\vec{AB}| = 5, |\vec{AC}| = 3, \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 5 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} = 5 \text{ より}$$

$$\vec{AH} \cdot \vec{BC} = (1-2s) \cdot 5 - (1-s) \cdot 25 + 9s$$

$$= 24s - 20$$

$$\therefore 24s - 20 = 0 \quad \therefore s = \frac{5}{6}$$

$$\therefore \vec{AH} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$$

$$(ii) |\vec{AH}|^2 = \frac{1}{36}|\vec{AB}|^2 + \frac{5}{18}\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \frac{25}{36}|\vec{AC}|^2$$

$$= \frac{25}{36} + \frac{25}{18} + \frac{225}{36}$$

$$= \frac{300}{36}$$

$$\therefore |\vec{AH}| = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$(1) \text{ (与式)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n+3) - n(n+2)}{\sqrt{(n+1)(n+3)} + \sqrt{n(n+2)}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{\sqrt{(n+1)(n+3)} + \sqrt{n(n+2)}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{(1+\frac{1}{n})(1+\frac{3}{n})} + \sqrt{1+\frac{2}{n}}}$$

$$= \frac{1}{1}$$

(i)

$$(2) \gamma = (\alpha - \beta)(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) + \beta$$

$$= (1+i) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) + 3 - 3i$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}i + 3 - 3i$$

$$= \frac{\sqrt{3}+5}{2} + \frac{\sqrt{3}-5}{2}i$$

$$(ii) \beta = 3\sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \right)$$

$$= 3\sqrt{2} \{ \cos(-45^\circ) + i \sin(-45^\circ) \}$$

$$\therefore \beta^6 = (3\sqrt{2})^6 \{ \cos(-270^\circ) + i \sin(-270^\circ) \}$$

$$= \frac{5832i}{1}$$