



2014年人文A第5問

5 正の整数 n を

$$n = a_1 + a_2 + \cdots + a_k$$

のようにいくつかの正の整数の和として表す。このとき、正の整数の組 (a_1, a_2, \dots, a_k) を n の分割とよぶ。ここで、 $k = 1$ の場合、すなわち $n = a_1$ として (a_1) も n の分割とみなす。

いま、 n の分割 (a_1, a_2, \dots, a_k) であって、積 $a_1 a_2 \cdots a_k$ が最大となるものを n の最大分割と呼ぶことにし、その積の値を $P(n)$ と書くことにする。

- (1) $P(4)$ を求めなさい。
- (2) $n > 1$ とする。 n の分割 (a_1, a_2, \dots, a_k) で $a_1 = 1$ のものは最大分割でないことを示しなさい。
- (3) 最大分割に 2 が 3 回現れることはないことを示しなさい。
- (4) 最大分割に 5 以上の正の整数は現れないことを示しなさい。
- (5) $P(20)$ を求めなさい。