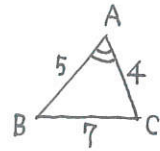


2017年人文A第2問



2 三角形ABCがあり、各辺の長さが  $AB = 5$ ,  $BC = 7$ ,  $CA = 4$  である。次の問いに答えなさい。

- (1)  $\cos A$  を求めなさい。ここで  $A$  は  $\angle BAC$  の大きさとする。  
 (2) 三角形ABCの外接円の半径を求めなさい。  
 (3) 三角形ABCの面積を求めなさい。  
 (4) 辺BC上に点Pを、 $\angle CAP = \frac{\pi}{3}$  となるようにとる。 $\angle BAP = \theta$  とおくと、 $\sin \theta$  を求めなさい。  
 (5) 線分APの長さを求めなさい。



(1) 余弦定理より、

$$\begin{aligned} 7^2 &= 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos A \\ \therefore \cos A &= \frac{-8}{40} \\ &= \underline{\underline{-\frac{1}{5}}} \end{aligned}$$

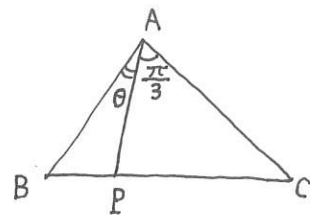
(2) (1)より  $\sin A = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

$$\therefore \text{正弦定理より、} \frac{7}{\sin A} = 2R \quad \therefore R = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{2\sqrt{6}} = \underline{\underline{\frac{35}{24}\sqrt{6}}}$$

$$\begin{aligned} (3) S &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} \\ &= \underline{\underline{4\sqrt{6}}} \end{aligned}$$

(4)  $\theta = A - \frac{\pi}{3}$  ( $\because A$  は鈍角)

$$\begin{aligned} \therefore \sin \theta &= \sin A \cos \frac{\pi}{3} - \cos A \sin \frac{\pi}{3} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{5} \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \underline{\underline{\frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{10}}} \end{aligned}$$



(5)  $\Delta ABC = \Delta ABP + \Delta APC$

$$(3) \text{より、} 4\sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot AP \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot AP \cdot 4 \cdot \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore 4\sqrt{6} = \frac{2\sqrt{6} + 5\sqrt{3}}{4} AP \quad \therefore AP = \underline{\underline{\frac{80\sqrt{2} - 64}{17}}}$$