



2017年理工第1問

1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の不等式を解きなさい。

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} < \left(\frac{1}{16}\right)^x$$

(2) $z^4 = 1$ を満たす複素数をすべて求めなさい。

(3) 次の関数を微分しなさい。

$$y = \frac{\log_e x}{x^3}$$

(4) $0 \leq \theta < \pi$ とするとき、次の方程式を解きなさい。

$$\sin 3\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta = 0$$

$$\begin{aligned} (3) \quad y' &= \frac{\frac{1}{x} \cdot x^3 - (\log_e x) \cdot 3x^2}{x^6} \\ &= \frac{1 - 3 \log_e x}{x^4} \end{aligned}$$

~~$$\begin{aligned} (4) \quad \sin 3\theta &= 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta \\ \sin 4\theta &= \sin(2\theta + 2\theta) \\ &= 2 \sin 2\theta \cos 2\theta \end{aligned}$$~~

↑ 面倒そう

$$\begin{aligned} (4) \quad \sin 3\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta &= \sin(4\theta - \theta) + \sin 4\theta + \sin(4\theta + \theta) \\ &= \sin 4\theta \cos \theta - \cos 4\theta \sin \theta + \sin 4\theta + \sin 4\theta \cos \theta + \cos 4\theta \sin \theta \\ &= 2 \sin 4\theta \cos \theta + \sin 4\theta \\ &= \sin 4\theta (2 \cos \theta + 1) \end{aligned}$$

$$\therefore \sin 4\theta (2 \cos \theta + 1) = 0$$

$$\therefore \sin 4\theta = 0 \text{ または } \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

$$0 \leq \theta < \pi \text{ より, } \theta = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3}{4}\pi$$

$$(1) \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} < \left(\frac{1}{2}\right)^{4x}$$

底は $0 < \frac{1}{2} < 1$ より

$$x^2 > 4x$$

$$\therefore x(x-4) > 0$$

$$\therefore \underline{x < 0, 4 < x} //$$

$$(2) \quad (z+1)(z-1)(z^2+1) = 0$$

$$\therefore \underline{z = \pm 1, \pm i} //$$