

2010年第15問


 数理
石井K

15 関数 $y = 2\cos^2 x + 2\sin x + a$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) (a は実数) の最小値が -3 となるとき、 a^2 の値を求めよ。

$$y = 2(1 - \sin^2 x) + 2\sin x + a$$

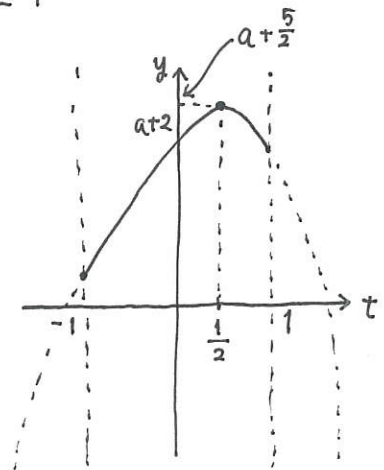
$$= -2\sin^2 x + 2\sin x + a + 2$$

ここで、 $t = \sin x$ とおくと、 $0 \leq x \leq 2\pi$ より、 $-1 \leq t \leq 1$

$$\text{このとき、 } y = -2t^2 + 2t + a + 2$$

$$= -2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + a + \frac{5}{2}$$

右のグラフより、最小値は $t = -1$ のとき
(すなわち $x = \frac{3}{2}\pi$ のとき)



$a - 2$ となる

$$\therefore a - 2 = -3 \text{ より } a = -1$$

$$\therefore \underline{a^2 = 1}$$