

2017年第4問

4  $a_1 = 1$  とする.  $n$  を自然数とし, 実数  $a_n, a_{n+1}$  に対して, 次の

$$\text{条件 } (P_n) : (a_{n+1} + a_n)(3a_{n+1} + a_n + 3)(2a_{n+1} - a_n - 3) = 0$$

を考える. 以下の問いに答えよ.

(1)  $a_2 < 0$  のとき, 条件  $(P_1)$  をみたす実数  $a_2$  をすべて求めよ.

(2)  $n \geq 2$  とし,  $n-1$  個の実数  $a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$  が

$$a_k > 0 \quad (k = 2, 3, \dots, n) \quad \text{および} \quad \text{条件 } (P_k) \quad (k = 1, 2, \dots, n-1)$$

をすべてみたすとき,  $a_n$  を  $n$  を用いて表せ.

(3) 2つの実数  $a_n, a_{n+1}$  が

$$-3 < a_n < 3 \quad \text{および} \quad \text{条件 } (P_n)$$

をみたすとき,  $-3 < a_{n+1} < 3$  が成り立つことを示せ.

(4) 3つの実数  $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$  は

$$0 < a_n < 3, \quad a_{n+1} < 0, \quad a_{n+2} > 0 \quad \text{および} \quad \text{条件 } (P_n), (P_{n+1})$$

をすべてみたすとする. このとき,  $a_{n+2}$  のとりうるすべての値をそれぞれ  $a_n$  の式で表せ.

(5) 49個の実数  $a_2, a_3, \dots, a_{49}, a_{50}$  は, 条件  $(P_1), (P_2), \dots, (P_{49})$  をすべてみたすとする. さらに,  $a_2, a_3, \dots, a_{49}, a_{50}$  の中に, 負の実数がただひとつ含まれるとき,  $a_{50}$  の最大値を求めよ.