0001966813308999

立教大学

2015 年 理学部（個別日程）第 1 問　1枚目／2枚

数理 石井K

1 次の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{コ}$ にあてはまる数または式を記入せよ.

(1) 空間内の 3 点 A，B，C を A(0, 1, 1)，B(1, 0, 1)，C(2, 2, 0) とする．実数 p，q を用いて点 H を $\overrightarrow{AH}=p\overrightarrow{AB}+q\overrightarrow{AC}$ で定める．原点を O(0, 0, 0) として，$\overrightarrow{OH}$ が $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ の両方に垂直であるとき，$p=\boxed{ア}$，$q=\boxed{イ}$ である.

(2) 不等式 $x+3<5|x-1|$ を満たす実数 x の範囲は，$x<\boxed{ウ}$ または $x>\boxed{エ}$ である.

(3) 多項式 $(x^5+1)^2$ を x^2+x+1 で割った余りを $Ax+B$ とすると，定数 A と B は $A=\boxed{オ}$，$B=\boxed{カ}$ である.

(4) $0<a<1$ のとき $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\log(a^{2n}+a^{3n})=\boxed{キ}$ である.

(5) 大中小の 3 つのサイコロをふって，出た目の和が 9 になる確率は $\boxed{ク}$ である.

(6) $0\leqq\theta\leqq\pi$ のとき，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos(x-\theta)\,dx$ の最大値は $\boxed{ケ}$ であり，最小値は $\boxed{コ}$ である.

(1) $\overrightarrow{AB}=(1,-1,0)$，$\overrightarrow{AC}=(2,1,-1)$ より．

$\overrightarrow{AH}=p(1,-1,0)+q(2,1,-1)=(p+2q,-p+q,-q)$

$\therefore\ \overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AH}=(p+2q,1-p+q,1-q)$

$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}$ より $\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ $\therefore\ \overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=p+2q-(1-p+q)=0$

$\therefore\ 2p+q=1\ \cdots①$

同様に．$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AC}=2p+4q+1-p+q-1+q=0$ $\therefore\ p+6q=0\ \cdots②$

①，② より．$\underline{p=\dfrac{6}{11},\ q=-\dfrac{1}{11}}$ //

(2) (i) $x\geqq1$ のとき．$x+3<5(x-1)$ $\therefore\ 4x>8$ $\therefore\ x>2$ これは $x\geqq1$ をみたす．

(ii) $x<1$ のとき．$x+3<-5(x-1)$ $\therefore\ 6x<2$ $\therefore\ x<\frac{1}{3}$ これは $x<1$ をみたす．

(i)．(ii) より．$\underline{x<\frac{1}{3}\ \text{または}\ x>2}$ //

(3) $x^2+x+1=0$ の解を ω とすると．ω^2 ももう1つの解となり，

$\omega^3=1$，$\omega^2+\omega+1=0$ をみたす（1の3乗根の性質）

$\therefore\ (x^5+1)^2=(x^2+x+1)\cdot P(x)+Ax+B$ とおくと．

$x=\omega$ を代入して．$A\omega+B=(\omega^5+1)^2=(\omega^2+1)^2=\omega^2$

$x=\omega^2$ を代入して．$A\omega^2+B=(\omega^{10}+1)^2=(\omega+1)^2=\omega$

これを解くと．$\underline{A=-1,\ B=-1}$ //

2015 年 理学部（個別日程）第 1 問　　2枚目/2枚

$\boxed{1}$ 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ にあてはまる数または式を記入せよ．

(1) 空間内の 3 点 A，B，C を A(0, 1, 1)，B(1, 0, 1)，C(2, 2, 0) とする．実数 p，q を用いて点 H を $\overrightarrow{\mathrm{AH}} = p\overrightarrow{\mathrm{AB}} + q\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ で定める．原点を O(0, 0, 0) として，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ が $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の両方に垂直であるとき，$p = \boxed{\text{ア}}$，$q = \boxed{\text{イ}}$ である．

(2) 不等式 $x + 3 < 5|x - 1|$ を満たす実数 x の範囲は，$x < \boxed{\text{ウ}}$ または $x > \boxed{\text{エ}}$ である．

(3) 多項式 $(x^5+1)^2$ を x^2+x+1 で割った余りを $Ax+B$ とすると，定数 A と B は $A = \boxed{\text{オ}}$，$B = \boxed{\text{カ}}$ である．

(4) $0 < a < 1$ のとき $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\log(a^{2n} + a^{3n}) = \boxed{\text{キ}}$ である．

(5) 大中小の 3 つのサイコロをふって，出た目の和が 9 になる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である．

(6) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x-\theta)\,dx$ の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である．

(4) (与式) $\displaystyle = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log\left\{a^{2n}(1+a^n)\right\}$

$\displaystyle = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left\{\log a^{2n} + \log(1+a^n)\right\}$

$\displaystyle = \lim_{n\to\infty} \left(\log a^2 + \log \underbrace{(1+a^n)^{\frac{1}{n}}}_{0<a<1 \text{ より} \to 1}\right)$

$= \underline{2\log a}$ //

(5) (大, 中, 小) = (1, 4, 4), (1, 3, 5), (1, 5, 3), (1, 2, 6), (1, 6, 2)
(2, 3, 4), (2, 4, 3), (2, 2, 5), (2, 5, 2), (2, 1, 6)
(2, 6, 1), (3, 3, 3), (3, 2, 4), (3, 4, 2), (3, 1, 5)
(3, 5, 1), (4, 2, 3), (4, 3, 2), (4, 1, 4), (4, 4, 1)
(5, 2, 2), (5, 1, 3), (5, 3, 1), (6, 1, 2), (6, 2, 1)

順序を無視して列挙すれば良かった… {3, 3, 3} のように

$\therefore \dfrac{25}{6^3} = \underline{\dfrac{25}{216}}$ //

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x-\theta)\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\cos\theta + \sin x\sin\theta\,dx$

$= \cos\theta\left[\sin x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \sin\theta\left[-\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \cos\theta + \sin\theta$

$= \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

$0 \leqq \theta \leqq \pi$ より

$\frac{\pi}{4} \leqq \theta + \frac{\pi}{4} \leqq \frac{5}{4}\pi$

$\therefore$ 最大値 $\sqrt{2}$，最小値 -1 //