2015年 法・経済（経済政策） 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 座標平面上の2つの直線 ℓ_1，ℓ_2 と円 C を，$\ell_1 : 3x - y - 1 = 0$，$\ell_2 : x + 3y - 3 = 0$，$C : x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$ と定めるとき，次の問に答えよ．

(1) 直線 ℓ_1 と直線 ℓ_2 の交点の座標を求めよ．

(2) 円 C と直線 ℓ_1 との共有点の座標を求めよ．

(3) 円 C と直線 ℓ_2 との共有点の座標を求めよ．

(4) 連立不等式

$$\begin{cases} (3x - y - 1)(x + 3y - 3) \leqq 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 \leqq 0 \end{cases}$$

の表す領域の面積を求めよ．

(1) ℓ_1 の式より，$y = 3x - 1$

ℓ_2 の式に代入して，$x + 3(3x-1) - 3 = 0$

$\therefore x = \dfrac{3}{5}$，$y = \dfrac{4}{5}$　　$\therefore \underline{\left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{5}\right)}$ //

(2) $x^2 + (3x-1)^2 - 4x - 2(3x-1) + 3 = 0$

$\therefore 10x^2 - 16x + 6 = 0$

$(5x-3)(x-1) = 0$　　$\therefore x = \dfrac{3}{5}, 1$

$\therefore$ 交点は $\underline{\left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{5}\right), (1, 2)}$ //

(3) ℓ_2 の式より，$y = -\dfrac{1}{3}x + 1$

$\therefore x^2 + \left(-\dfrac{1}{3}x + 1\right)^2 - 4x - 2\left(-\dfrac{1}{3}x + 1\right) + 3 = 0$

$\therefore (5x-3)(x-3) = 0$　　$\therefore x = \dfrac{3}{5}, 3$　　$\therefore$ 交点は $\underline{\left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{5}\right), (3, 0)}$ //

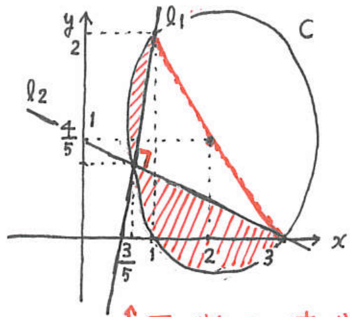
(4) (与式) $\iff (3x - y - 1 \geqq 0$ かつ $x + 3y - 3 \leqq 0$ かつ $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 \leqq 0)$

または $(3x - y - 1 \leqq 0$ かつ $x + 3y - 3 \geqq 0$ かつ $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 \leqq 0)$

$\therefore$ (1)～(3) の交点を考えて領域を図示すると，右のようになる．

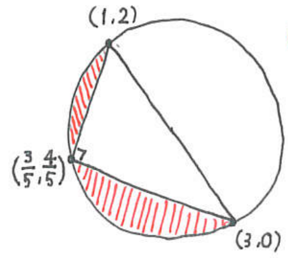
ただし境界線も含む

（C は中心 $(2, 1)$，半径 $\sqrt{2}$ の円である）



↑図がたてに伸びてしまった！

↓修正



$\left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{5}\right)$ と $(1, 2)$ のキョリは $\sqrt{\left(1 - \dfrac{3}{5}\right)^2 + \left(2 - \dfrac{4}{5}\right)^2} = \dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

$\left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{5}\right)$ と $(3, 0)$ のキョリは $\sqrt{\left(3 - \dfrac{3}{5}\right)^2 + \left(0 - \dfrac{4}{5}\right)^2} = \dfrac{4\sqrt{10}}{5}$

$\therefore S =$ 半円 $-$ 直角三角形

$= \pi \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2\sqrt{10}}{5} \cdot \dfrac{4\sqrt{10}}{5}$

$= \underline{\pi - \dfrac{8}{5}}$ //