

2015年 医学部 第1問

1 以下の各問いに答えよ.

- (1) ひし形 ABCD の一辺の長さは 2 で,  $\angle ABC = 60^\circ$  である.  $\triangle ABC$  の外接円を  $C_1$ ,  $\triangle BCD$  の外接円を  $C_2$  とするとき,  $C_1$  の内部でありかつ  $C_2$  の内部である領域の面積を求めよ.
- (2) 実数を係数とする 3 次方程式  $x^3 - 2(\alpha + \beta)x^2 + (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)x - 8\sqrt{3} = 0$  の 3 つの解が  $\alpha, \beta, \gamma$  であるという. このような複素数  $\alpha, \beta, \gamma$  を求めよ.
- (3) 曲線  $y = (x^2 - 4)\log x$  ( $x > 0$ ) と  $x$  軸で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ.
- (4)  $a$  を定数とする.  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  における 2 つの関数  $f(x) = \frac{a}{2} \sin^2 x - \sin x + \cos x$ ,  $g(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x}$  について, 次の問いに答えよ.
- (i)  $y = g(x)$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ) の増減を調べ, グラフをかけ.
- (ii)  $y = f(x)$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ) が 2 つの極値をもつような定数  $a$  の値の範囲を求めよ.
- (iii) 定数  $a$  の値が (ii) で求めた範囲にあるとき,  $y = f(x)$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ) の 2 つの極値の和を  $a$  を用いて表せ.