

2015年 医学部 第3問

3 条件 $a_1 = \frac{7}{4}$, $a_{n+1} = \sqrt{2 - a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる実数の列 $\{a_n\}$ について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 極限 $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ が存在すると仮定したとき, a のとりうる値を求めよ.
(2) 自然数 n と (1) で求めた a について, 次の各不等式が成り立つことを証明せよ.

$$(i) a_{2n} < a < a_{2n-1} \quad (ii) a - a_{2n} \leq \frac{1}{2^{2n-1}} \quad (iii) a_{2n-1} - a \leq \frac{1}{2^{2n-2}}$$