0002260369377999

学習院大学

2016年 文学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ aを実数として，2つの不等式

$$x^2-y^2 \geqq 0 \qquad \cdots\cdots(\mathrm{A})$$
$$(x-a-1)^2+y^2 \leqq a^2 \qquad \cdots\cdots(\mathrm{B})$$

を考える．

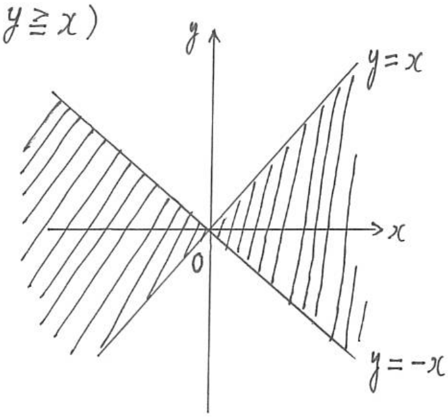
(1) 平面上で(A)の定める領域を図示せよ．

(2) 実数x, yについて，(A)が成り立つことが(B)が成り立つことの必要条件となるようなaの範囲を求めよ．

(1) (A) $\iff (x+y)(x-y) \geqq 0$

$\iff (x+y \geqq 0$ かつ $x-y \geqq 0)$ または $(x+y \leqq 0$ かつ $x-y \leqq 0)$

$\iff (y \geqq -x$ かつ $y \leqq x)$ または $(y \leqq -x$ かつ $y \geqq x)$



よって．求める領域は右図の斜線部分

(ただし境界線も含む)

(2) (B) $\iff \{x-(a+1)\}^2+y^2 \leqq a^2$

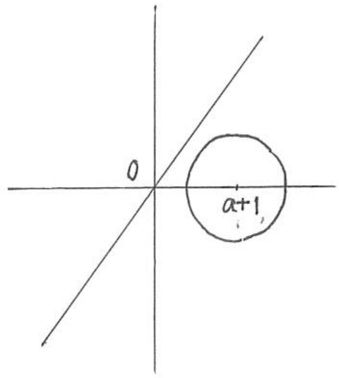
∴ $a=0$ のとき．(B)は点$(1,0)$を表す．

$a \neq 0$ のとき．(B)は中心$(a+1,0)$，半径$|a|$の円の内部を表す．

∴ $a=0$ のときは．条件をみたす．

$a \neq 0$ のときは．この円が直線 $y=x$ と交点をもたない または 接すればよいから

$$\frac{|a+1|}{\sqrt{1^2+1^2}} \geqq |a| \iff |a+1| \geqq \sqrt{2}|a|$$



$$\therefore\ a^2-2a-1 \leqq 0$$

$$\therefore\ 1-\sqrt{2} \leqq a \leqq 1+\sqrt{2}$$

以上より．$a=0$ もあわせて

$$\underline{1-\sqrt{2} \leqq a \leqq 1+\sqrt{2}}$$ //