

2012年理工B方式第1問

1 AB = 4, BC = 3, AC = 2である△ABCについて、次の間に答えよ。

(1) 次の間に答えよ。

(i) $\theta = \angle ACB$ とするとき、 $\cos \theta = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(ii) △ABCの内接円の半径は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) △ABCの内接円と辺ABとの接点をPとする。ベクトル \vec{CP} を $\vec{a} = \vec{CA}$ および $\vec{b} = \vec{CB}$ を用いて表すと、

$$\vec{CP} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\vec{a} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\vec{b}$$

である。

(i) 余弦定理より $4^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos \theta \quad \therefore \cos \theta = -\frac{3}{12} = -\frac{1}{4}$

(ii) 内接円の半径を r 、三角形の面積を S とすると、

$$S = \frac{1}{2} \cdot (4 + 3 + 2) \cdot r = \frac{9}{2}r \quad \dots \textcircled{1}$$

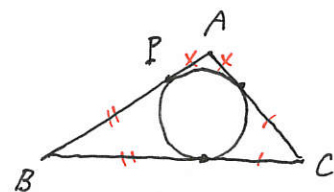
$$\text{一方、(i)より、} \sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \therefore S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{15} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より、} \underline{r = \frac{\sqrt{15}}{6}}$$

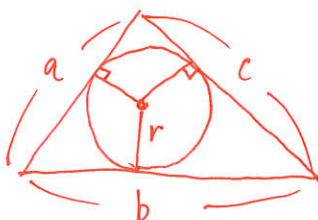
(2) 右の図より、 $2AP + 2BC = 9$ ← 三辺の和

$$\therefore AP = \frac{3}{2}, \quad PB = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \vec{CP} = \frac{5}{8}\vec{CA} + \frac{3}{8}\vec{CB}$$



ポイント 内接円の半径 r は、



$$S = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r$$

を使って計算を求められる!