

2011年理学部第4問

4 コインを投げ、点Pを次の規則によって正三角形ABCの頂点A, B, C上を動かす。点PがAにあるときは、表が出たらBに動かし、裏が出たらCに動かし、Bにあるときは、表が出たらCに動かし、裏が出たらAに動かし、Cにあるときは、表が出たらAに動かし、裏が出たらBに動かし。

はじめに点PはAにあるとし、コインを $n$ 回投げた後にPがAにある確率を $a_n$ 、Bにある確率を $b_n$ 、Cにある確率を $c_n$ とする。

(1)  $a_1 = 0$ ,  $b_1 = \frac{1}{2}$ ,  $c_1 = \frac{1}{2}$  である。 $n = 2, 3, 4$  に対して、 $a_n, b_n, c_n$  を求めよ。

(2) 次の問いに答えよ。

(i)  $a_{n+1}$  を  $a_n, b_n, c_n$  を用いて表せ。

(ii)  $b_{n+1}$  を  $a_n, b_n, c_n$  を用いて表せ。

(iii)  $c_{n+1}$  を  $a_n, b_n, c_n$  を用いて表せ。

(3)  $b_n = c_n$  であることを示せ。

(4)  $a_n$  を求めよ。