2014年 理学部 第3問

$\boxed{3}$ 平面上に3点 A$(0,\ a)$，B$(-t,\ t^2-a)$，C$(t,\ t^2-a)$ があり，条件

$a>0,\quad 0<t\leqq\sqrt{a},\quad$ △ABC は正三角形

が成り立っているとする．

(1) a を t で表せ．

(2) $0<t\leqq\sqrt{3}$ であることを示せ．

(3) 2つの放物線 $y=x^2-a$，$y=-x^2+a$ で囲まれた部分の面積を S とし，△ABC の面積を T とする．t が (2) の範囲を動くとき，$\dfrac{S}{T}$ の最小値を求めよ．