



2012年工学部第4問

4  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  とする。このとき、次の問に答えよ。

(1)  $A^2 - 6A + 9E = O$  を示せ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  とする。

(2) 数列  $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$  を

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n \geq 2)$$

で定めるとき、 $x_n$ ,  $y_n$  をそれぞれ  $n$  を用いて表せ。

(3) 自然数  $n$  に対して、 $A^n = a_n A + b_n E$  となる  $a_n$ ,  $b_n$  をそれぞれ  $n$  を用いて表せ。