

2016年工・情報・環境学部(A)第7問

7 次の問いに答えよ。

- (1) 原点を通る放物線 $y = x^2 + 2ax + b$ の頂点が直線 $y = 2x - 3$ 上にあるとき、 a, b の値を求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。
- (2) p を負の定数とする。(1)で求めた2次関数の $p \leq x \leq 0$ における最小値 m とそのときの x を求めよ。

(1) 原点を通ることより、 $b = 0$ このとき、 $y = (x+a)^2 - a^2$ となるので頂点は $(-a, -a^2)$ これが $y = 2x - 3$ 上にあるので、 $-a^2 = -2a - 3$

$$\therefore (a-3)(a+1) = 0 \quad a > 0 \text{ より } a = 3 \quad \therefore \underline{a = 3, b = 0} //$$

(2) $y = x^2 + 6x$

$$= (x+3)^2 - 9$$

 \therefore 頂点は $(-3, -9)$ (i) $-3 < p < 0$ のとき。 $x = p$ のとき 最小値 $m = p^2 + 6p$ ととる(ii) $p \leq -3$ のとき。 $x = -3$ のとき、最小値 $m = -9$ ととる。

(i), (ii) より。

$$\left\{ \begin{array}{l} -3 < p < 0 \text{ のとき, } m = p^2 + 6p \quad (x = p) \\ p \leq -3 \text{ のとき, } m = -9 \quad (x = -3) \end{array} \right. //$$

