

2016年 商学部 第4問

4 3つの袋 A, B, Cがある. 袋 Aには, 1から7までの番号が書かれた玉がそれぞれ2個ずつ, 計14個入っている. また, 袋 B, 袋 Cには何も入っていない. 以下, 番号 i が書かれた玉を「玉 i 」と呼ぶことにする.

袋 A から無作為に玉を1個取り出して袋 Bに入れる. ここで袋 Bに入れられた玉を玉 i とするとき, 玉 $i-1$, 玉 i , 玉 $i+1$ のうち袋 Aに入っているものをそれぞれ1個ずつ取り出して袋 Cに入れる. この一連の操作を繰り返す.

例えば, 1回目の操作の最初に玉7が袋 Bに入れられたとする. このとき, 袋 Aには玉6と玉7は入っているが, 玉8は入っていないので, 玉6と玉7が1個ずつ袋 Aから袋 Cに移される. 以上で1回目の操作が終わり, 袋 Aに玉1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6の計11個が入った状態で2回目の操作を始める.

(1) 1回目の操作で玉4が袋 Bに入れられたとき, 2回目の操作で玉5が袋 Bに入れられる確率は $\frac{\boxed{43}}{\boxed{44} \mid \boxed{45}}$ である.

(2) 1回目の操作で玉2が袋 Bに入れられ, かつ2回目の操作で玉1が袋 Bに入れられる確率は $\frac{\boxed{46}}{\boxed{47} \mid \boxed{48}}$ である.

$1 \leq i < j \leq 7$ を満たす整数 i, j に対し, 2回の操作を行った後に袋 Bに玉 i と玉 j が入っている事象を $B_{i,j}$ とし, 事象 $B_{i,j}$ の確率を $P(B_{i,j})$ で表す.

(3) $P(B_{1,2}) = \frac{1}{7} \times \frac{\boxed{49}}{\boxed{11}} + \frac{1}{7} \times \frac{\boxed{50}}{\boxed{10}} = \frac{\boxed{51}}{\boxed{110}}$ である. 同様に,

$$P(B_{1,3}) = \frac{\boxed{52}}{\boxed{53} \mid \boxed{54}}, \quad P(B_{1,7}) = \frac{\boxed{55}}{\boxed{56} \mid \boxed{57}},$$

$$P(B_{2,3}) = \frac{\boxed{58}}{\boxed{59} \mid \boxed{60}}, \quad P(B_{2,4}) = \frac{\boxed{61}}{\boxed{62} \mid \boxed{63}}$$

である.

(4) 7C_2 個の事象 $B_{1,2}, B_{1,3}, \dots, B_{6,7}$ のうち, 起こる確率が $P(B_{1,2})$ であるものは $\boxed{64}$ 個, $P(B_{1,3})$ であるものは $\boxed{65}$ 個, $P(B_{1,7})$ であるものは $\boxed{66}$ 個, $P(B_{2,3})$ であるものは $\boxed{67}$ 個, $P(B_{2,4})$ であるものは $\boxed{68}$ 個である.

(5) 3回の操作の後, 袋 Bに入っている玉の番号が全て偶数となる確率は $\frac{\boxed{69}}{\boxed{70} \mid \boxed{71}}$ である.