

2015年理(数・物・化)第3問

3 不等式 $\frac{x}{x-1} \geq 0$ を満たす実数 x の範囲を定義域とする関数

$$f(x) = 3x \sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の定義域を求めよ。

(2) $a_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$, $a_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ とする。 a_1 , a_2 の値を求めよ。

(3) (2) の a_1 , a_2 に対して、 $b_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - a_1x)$, $b_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - a_2x)$ とする。 b_1 , b_2 の値を求めよ。

(4) 関数 $f(x)$ の極小値を求めよ。

(5) 曲線 $y = f(x)$ の漸近線の方程式を求めよ。

(6) k を定数とするとき、方程式 $f(x) = k$ の実数解の個数を求めよ。